Chapitre 2 : Analyse dimensionnelle

Exercice 1

L'écoulement d'un fluide dans une canalisation horizontale

Un fluide, caractérisé par sa masse volumique ρ et sa viscositéη, s'écoule à la vitesse moyenne v, dans un tube de diamètre D entre deux points 1 et 2 distants de L. La différence de pression en ces deux points, la < perte de charge », est ΔP.
Appliquer l'analyse dimensionnelle à ce problème en établissant une relation du type :
$N_3 = f(N_1, N_2)$, où :

$$N_1 = \frac{L}{D}$$

$$N_2 = \frac{D\rho \cdot v}{\eta} \quad \textit{Nombred de Re ynolds}$$

$$N_3 = \frac{\Delta P}{\rho \cdot v^2}$$

Exercice 2

Puissance nécessaire pour l'agitation d'une cuve.

Un fluide de viscosité η et de masse volumique ρ est placé dans une cuve. Nous voulons y relier la puissance P que va dissiper un agitateur de diamètre D tournant à la vitesse N. Nos variables caractéristiques sont donc : (P, D, η, g, ρ, N).

1) Retrouver les trois nombres sans dimension (Re, Fr et Np)
2) Commenter le problème.

$$Fr = \frac{N^2 \cdot D}{g} \qquad \textit{nombre de Froud}$$

$$Np = \frac{P}{\rho N^3 D^5} \qquad \textit{nombre de Puissance}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \cdot N \cdot D^2}{\eta} \qquad \textit{nombre de Re ynolds}$$

cas limites :

- Re grand ⇒ Les forces d'inertie sont très supérieures aux forces visqueuses - et a fortiori à l'effet de la gravité. Pour des turbines, des expériences trouvent que Np est alors constant :
  Np = K ⇒ **$P = K.\rho.N^3.D^5$**
- Re très faible (< 300) => Les données expérimentales sont alignées selon une droite de pente -1 en échelle logarithmique. Nous en déduisons

  $$\mathbf{Np} = \frac{K'}{\mathrm{Re}} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{P = K'.\eta.N^2.D^3}$$

Exercice 3

Elévation d'une bulle de gaz de diamètre D dans un liquide

A partir de ces 5 variables caractéristiques :

$$\mathbf{D}, \eta_L, \rho_L, \mathbf{v}, \mathbf{g}$$

Retrouver les 2 nombres sans dimension suivants :

$$\mathbf{Re} = \frac{D \cdot \rho \cdot v}{\eta} \quad \mathbf{Re}\,ynolds$$

$$Fr = \frac{v^2}{g \cdot D} \quad Froud$$

Exercice 4 : Transfert de chaleur

À partir de ces 7 variables caractéristiques d'un transfert de chaleur

D, k, p, P, v Cp, h ,

Retrouver les 3 nombres sans dimension suivants :

Nu (Nusselt), Pr (Prandtl) et Re (Reynolds).

Chapitre 3 : Mécanique des fluides

Exercice 1 : Pression dans une conduite

Pour connaître la pression absolue à l'intérieur d'une conduite où circule un fluide de masse volumique ρ ; on dispose cote à cote un baromètre et un manomètre ; tous les deux remplis de mercure de masse volumique ρ_0 et on lit les cotes H_0, H_1 et H_2 (voir figure)

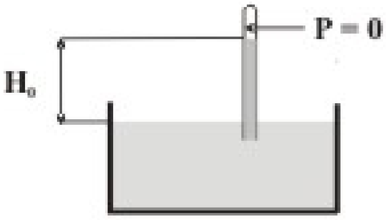
- ✓ Calculer en mmHg, en bars et en Pascal, la pression sur l'axe dans la conduite.

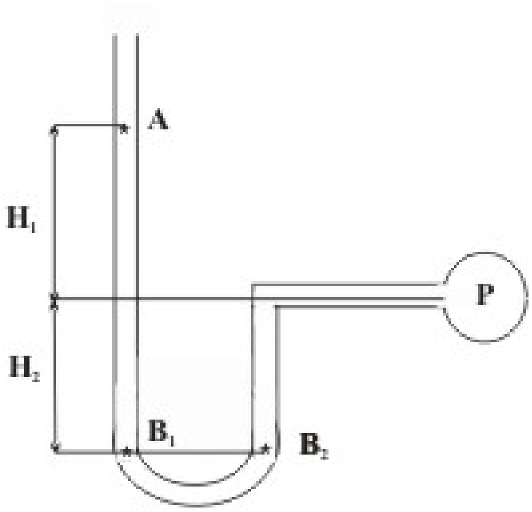
Application numérique :

$H_0 = 75{,}65$ cm $\qquad \rho = 1$ g/cm^3

$H_1 = 32{,}45$ cm

$H_2 = 75{,}65$ cm $\qquad \rho_0 = 13{,}6$ g/cm^3





Exercice N° 2

Considérons le montage représenté sur la figure ci-dessous, le manomètre contient de l'eau dans la portion AC, du mercure dans la portion CD et de l'éthanol dans la portion DB.
Calculer $P_A - P_B$ en fonction de Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5 et des masses volumiques de l'eau ρ_1, du mercure ρ_2 et de l'éthanol ρ_3.

Application :

$Z_1 = 0{,}5$ m
$Z_2 = 1$ m
$Z_3 = 0{,}4$ m
$Z_4 = 1$ m
$Z_5 = 0{,}5$ m

$\rho_1 = 1000$ kg/m^3
$\rho_2 = 13600$ kg/m^3
$\rho_3 = 790$ kg/m^3

Figure : voir figure

Exercice N° 3 :

De la glycérine à 26,5 °C s'écoule dans un tube de 21 mm de diamètre intérieur et de 90 cm de long sous l'effet d'une différence de pression de 2,1 bars.
A 26,5 °C la masse volumique de la glycérine est de 1,26 g/cm^3 et la viscosité 492 cpo. Quel débit obtiendra-t-on **?**
En considérant que les effets d'extrémités sont sensibles sur une longueur de 0,035 D Re, vérifier la validité de la solution.

d'après HAGEN-Poiseuille (voir cours)

$$\text{Débit} = \frac{\pi}{8\eta}\left(-\frac{\partial P}{\partial x}\right)\cdot R^4$$

$$V_{max} = 2.\langle v\rangle$$

Exercice N° 4 : Ecoulement laminaire entre deux plaques planes

Deux plaques planes verticales de largeur W et de hauteur L sont disposées parallèlement à une distance 2B.
Ecrire le bilan de quantité de mouvement sous forme différentielle et obtenir les expressions de distribution du flux de quantité de mouvement et de vitesses.

(On fera intervenir $\varphi = P + \rho g h = P - \rho g z$)

Que vaut le rapport vitesse moyenne sur vitesse maximum. Par analogie avec la loi de Hagen Poiseuille, trouver la loi de débit volumique.

Application :

La viscosité du fluide est de 0,612 Poiseuille
La masse volumique 918 kg/m3
La distance entre plaques de 4 mm
On n'exerce pas de différence de pression sur le liquide.

Exercice 5 :

Soit le système d'écoulement à tubes coaxiaux représentés sur la figure.
1°- Etablir que le profil de vitesse dans l'espace annulaire compris entre les deux tubes suit la loi :

$$v_z = \frac{(P_0 - P_L)R^2}{4\eta L}\left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 + \frac{(1-K^2)}{\left(In\frac{1}{K}\right)} \cdot In\frac{r}{R}\right]$$

et que le débit est fournie par l'expression :

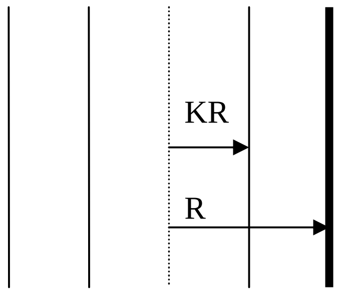
$$v_z = \pi\frac{(P_0 - P_L)R^4}{8\eta L}\left[(1-K^4) - \frac{(1-K^2)^2}{\left(In\frac{1}{K}\right)}\right]$$

2°- On laisse couler, sous l'action des seules forces de gravité, de l'huile de masse volumique 920 kg/m^3 et de viscosité 0,33 Poiseuille, dans ce système.
Calculer :

a) Le débit d'huile à travers l'espace annulaire.
b) Le débit d'huile à l'intérieur du tube interne, dont l'épaisseur est supposée négligeable.
c) Le débit d'huile qui circulerait dans le tube externe si on enlevait le tube interne.

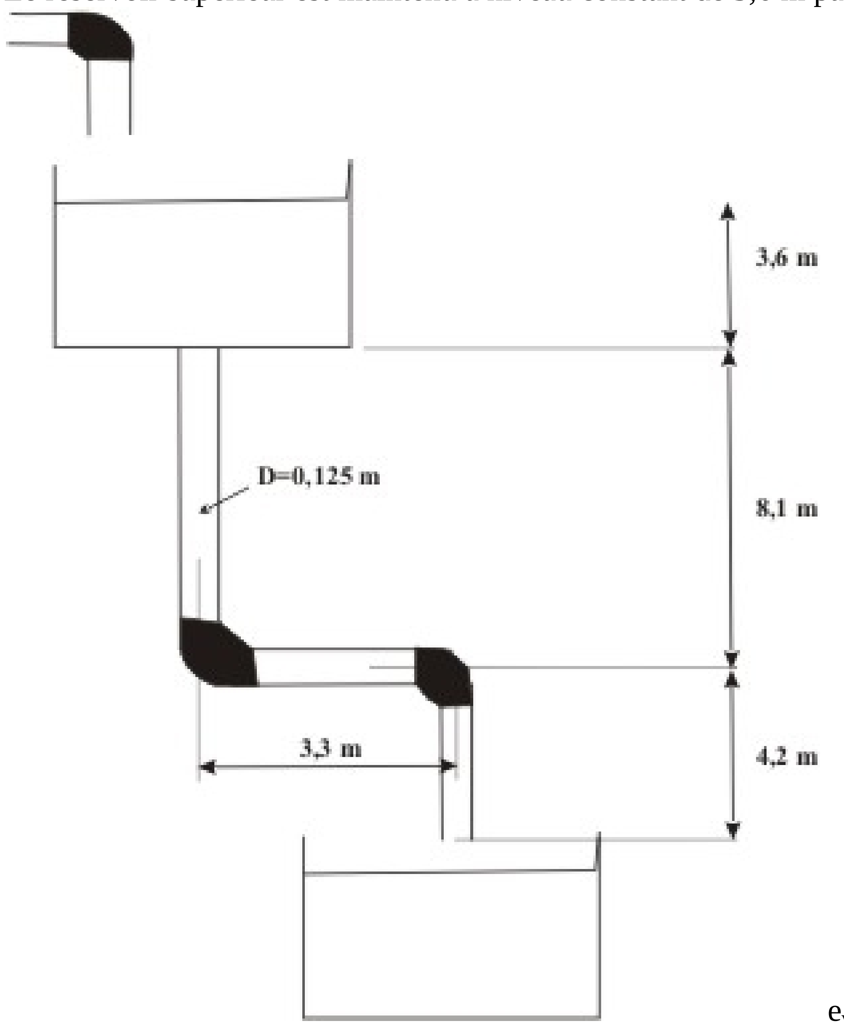
Commenter les résultats.

Données : R = 4.10^{-2} m KR = 1,5.10^{-2} m



Exercice N° 6 : Débit sortant d'un réservoir en charge

Calculer le débit d'eau à 20°C sortant du réservoir supérieur dans le système représenté sur la figure ci-dessous.
Le réservoir supérieur est maintenu à niveau constant de 3,6 m par un apport d'eau extérieur.



e_v (retricissement) = 0,45