

## Introduction

Dans toutes les industries de procédés, il est nécessaire à un moment ou un autre de transporter des fluides. Le rôle des fluides est variable et multiple. En effet, les fluides peuvent servir de réactifs, de diluants, de solvants, de transporteurs de chaleur (refroidissement et chauffage), de transmetteurs de pression, etc. Comme on le voit donc, il est très important de pouvoir maîtriser au mieux leur distribution et leurs usages. C'est à ce titre, notamment, que la mécanique des fluides est nécessaire à la conception, la mise au point, la conduite et le contrôle des procédés industriels.

Le lecteur trouvera dans ce chapitre, les bases de la mécanique des fluides, qui doivent pouvoir l'aider à :

- comprendre et mesurer une pression;
- comprendre et mesurer un débit ou une vitesse;
- comprendre, mesurer et estimer des pertes d'énergie subies par un fluide au cours de son transport ou de son utilisation;
- dimensionner les caractéristiques des pompes à mettre en place.

## Définitions et propriétés des fluides

### États de la matière

La matière a une structure discontinue. Elle est formée de particules qui selon les cas peuvent être: des molécules, des atomes ou des ions. Entre ces particules, il existe des forces d'attraction, d'origine électrique, qui sont plus ou moins intenses.

Selon les conditions de pressions et de température on peut ainsi distinguer les états solide, liquide et gazeux.

Un solide est constitué de particules jointives occupant des positions fixes dans l'espace. Un liquide est constitué de particules jointives n'occupant pas de positions fixes dans l'espace. Et un gaz est constitué de particules non jointives n'occupant pas de positions fixes dans l'espace.

Dans ce chapitre, nous ne nous intéresserons qu'aux fluides en général et aux liquides en particulier. On dit que la matière est à l'état fluide, lorsque les particules qui la composent n'occupent pas de positions fixes dans l'espace, ce qui est le cas pour les liquides et les gaz. Les particules qui composent un fluide sont libres de se déplacer les unes par rapport aux autres. Les fluides n'ont donc pas de formes géométriques bien déterminées. Un liquide épouse toujours la forme du récipient qui le contient.

Le fait que les particules soient jointives entraîne une très faible variation du volume occupé par la matière. C'est pourquoi nous considérerons dans la suite de ce chapitre une **propriété d'incompressibilité** des liquides. Au contraire, les gaz occupent toujours le volume maximal qui leur est offert (particules non jointives), ce sont donc des fluides particulièrement **compressibles ou extensibles**.

### Masse volumique et densité

Une masse  $m$  (en kg) de fluide ou de solide, dans des conditions de température et de pression données, va occuper un volume  $V$  (en  $m^3$ ). Aussi, afin de comparer le contenu massique des différents milieux, on définit la masse volumique,  $\rho$  (en  $kg.m^{-3}$ ), par:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Pour un liquide, on peut le considérer en première approximation comme incompressible ou isovolume avec une masse volumique ( $\rho$ ) constante.

En revanche, un gaz est un fluide à masse volumique variable. Celle-ci dépend de la pression absolue ( $p$  en Pa), de la température absolue ( $T$  en K), de la masse molaire du gaz considéré ( $M$  en  $\text{Kg.mol}^{-1}$ ) et de la constante  $R$  des gaz parfaits ( $R = 8,314 \text{ J.mo}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ). On retrouve l'expression de la masse volumique d'un gaz à partir de l'équation des gaz parfaits, selon:

$$\rho = \frac{M p}{R T}$$

La masse volumique d'un gaz est très faible par rapport à celle d'un liquide, d'un facteur 1 000 environ. À titre d'exemple, on a :

- $\rho_{\text{air}} = 1,293 \text{ kg.m}^{-3}$  (dans des conditions normales de pression et de température)
- $\rho_{\text{eau}} = 1\,000 \text{ kg.m}^{-3}$
- $\rho_{\text{mercure}} = 13\,600 \text{ kg.m}^{-3}$

Dans certains cas, il est commode d'évaluer le contenu massique de différents milieux et de le comparer à un milieu standard ou de référence. A cet effet on peut définir la notion de densité. Pour les solides et les liquides, la densité du milieu considéré ( $d$  sans unité) est définie comme étant le rapport de sa masse volumique ( $\rho$ ) à celle de l'eau à  $25\text{ }^\circ\text{C}$  ( $\rho_{\text{eau}}$ ), soit :

$$d = \frac{\rho}{\rho_{\text{eau}}}$$

Pour les gaz, le milieu de référence est l'air, la densité d'un gaz ( $d$ ) est donc le rapport de sa masse molaire ( $M$ ) à celle de l'air ( $M_{\text{air}} = 29.10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$ ), soit:

$$d = \frac{M}{M_{\text{air}}}$$

**NB** : attention, le terme anglais « *density* » désigne une masse volumique et non une densité.

## Tensions superficielle et interfaciale

Cette propriété ne concerne que les liquides.

Lorsqu'une goutte d'eau est abandonnée dans une grande quantité d'air (ex. : brouillard), elle tend à former une sphère et quand un liquide est au repos dans un récipient de large section, il se forme une surface, libre, plane et horizontale. Dans ces deux cas le liquide tend à développer une surface de contact ou interface gaz/liquide minimale, il se produit une contraction de cette interface. Ce phénomène est le résultat de l'effet des forces d'attraction entre les particules. Ces forces de cohésion entre les particules diminuent très vite avec la distance entre les particules. Elles deviennent négligeables pour des distances supérieures au rayon d'action moléculaire (environ  $0,01 \mu\text{m}$ ). Les particules sont donc uniformément attirées Par toutes les particules voisines.

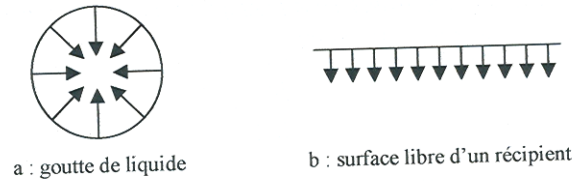


Figure 1 : Forces interfaciales

La conséquence principale de l'existence de ces forces est que toutes les particules de surface sont uniformément attirées vers l'intérieur du liquide. La résultante de ces forces, pour chaque particule de surface, est effectivement toujours dirigée vers l'intérieur du liquide (figure 1.a pour une goutte et figure 1.b pour la surface libre d'un récipient). La quasi incompressibilité des liquides empêche les particules de surface de pénétrer à l'intérieur du liquide et de ce fait ces dernières tendent la surface pour la rendre minimale.

Il est donc nécessaire de dépenser de l'énergie ou d'effectuer un travail pour augmenter cette surface. Ce travail dépend de la nature et de la composition du liquide. Expérimentalement, on peut montrer que ce travail ou cette énergie fournie ( $W$  en J) est proportionnelle à l'augmentation de surface engendrée ( $dS$  en  $m^2$ ), avec :

$$W = \sigma dS$$

Le coefficient de proportionnalité  $\sigma$ , est appelé **tension superficielle du liquide**. Elle est généralement exprimée dans le système CGS en  $erg.cm^{-2}$  ou en  $dyne.cm^{-1}$ , et dans le système SI en  $N.m^{-1}$ .

Cette notion de tension superficielle est à associer à la notion de mouillabilité des solides. En effet plus la tension superficielle d'un liquide est faible, plus le solide qui sera en contact avec ce liquide sera mouillé. La tension superficielle d'un liquide peut être abaissée par l'ajout en faibles quantités **d'agents tensioactifs** qui vont ainsi changer les propriétés de surface de liquide.

Cette notion de mouillabilité explique aussi la forme des ménisques de liquide dans les tubes. En effet, un liquide à faible tension superficielle (ex. : eau) aura tendance à mouiller la paroi et formera ainsi un ménisque convexe (courbure vers la bas). Alors, que pour un liquide à forte tension superficielle (ex. : le mercure), la paroi ne sera que faiblement mouillée, et le ménisque sera de forme concave (courbure vers le haut).

Enfin, la connaissance de la tension superficielle permet d'estimer la hauteur ( $h$  en m) des remontées de liquide, ou remontées capillaires dans un tube de diamètre  $d$  (en m). On peut utiliser pour cela la relation de Jurin, où:

$$h = \frac{4 \sigma \cos \theta}{\rho g d}$$

avec  $g$  étant l'accélération de la pesanteur en  $m.s^{-2}$  et  $\theta$  étant l'angle de contact liquide-solide, inférieur à  $90^\circ$  pour un liquide mouillant et supérieur à  $90^\circ$  pour un liquide non-mouillant.

Dans le tableau 1, on reporte, à titre d'exemple, quelques valeurs de tensions superficielles pour différents liquides purs à  $20^\circ C$ .

Nature du liquide	(erg.cm <sup>-2</sup> )
Eau	73
Mercure	470
Glycérol	63
Éthylène glycol	46
Sulfure de carbone	33
Liquides organiques	17 à 28

Tableau 1 . Valeurs de tensions superficielles pour quelques liquides.

## Viscosité

Si on veut définir ce que représente la viscosité, on peut dire, en première approche, que c'est une estimation de la résistance à l'écoulement d'un fluide ou encore une estimation des forces de frottements internes du fluide considéré.

Soit un fluide compris entre deux plaques planes et parallèles de surface  $S$  et distantes d'une longueur  $y$  (figure 2a). La plaque inférieure est immobile et la plaque supérieure, sous l'action d'une force permanente  $F$ , se déplace à une vitesse uniforme  $u$  (figure 2b).

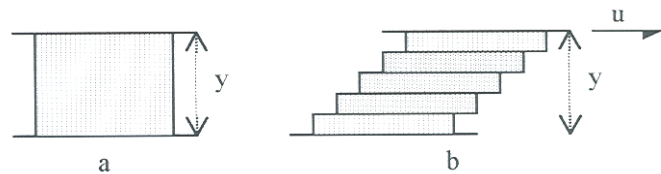


Figure 2 : Viscosité

On peut remarquer expérimentalement que les différentes couches de fluide sont entraînées par le mouvement de la plaque supérieure et que leur vitesse est proportionnelle à la distance  $dy$  qui les sépare de la plaque en mouvement. On peut ainsi vérifier que la force appliquée ( $F$  en Newton) est proportionnelle à la surface ( $S$  en m<sup>2</sup>) de la plaque, à la vitesse ( $u$  en m.s<sup>-1</sup>) et inversement proportionnelle à la distance ( $y$  en m). on retrouve ainsi, pour chaque couche de fluide, la loi de Newton où :

$$\tau = \frac{F}{S} = \mu \frac{du}{dy}$$

est la contrainte de cisaillement tangentielle en Pa,  $du/dy$  est la vitesse de cisaillement ou gradient de vitesse en s<sup>-1</sup> et le coefficient de proportionnalité  $\mu$  est dépendant du fluide et est appelé viscosité dynamique du fluide (en Pa.s ou PI).

Si la viscosité est nulle ( $\mu = 0$ ), on dit que le fluide est parfait. En pratique il ne l'est pas, on parle donc de fluides réels avec des viscosités toujours positives. La viscosité s'exprime en poiseuille (PI) ou Pascal.seconde (Pa.s) dans le système SI et en poises (Po) dans le système CGS. L'inverse de la viscosité est appelée fluidité.

On utilise aussi fréquemment le terme de viscosité cinématique  $\nu$ , qui représente le rapport de la viscosité dynamique à la masse volumique du fluide considéré, on a donc :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

La viscosité cinématique s'exprime en  $\text{m}^2\text{s}^{-1}$  dans le système SI et en Stokes (St) dans le système CGS ( $1 \text{ cSt} = 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ ). Au niveau industriel, notamment pour les huiles, on peut exprimer la viscosité en degrés E Engler (France), en degrés Saybold (États-Unis) ou en degrés Redwood (Angleterre). Il est possible de relier la valeur de E en degrés Engler à la viscosité cinématique en  $\text{m}^2\text{s}^{-1}$  par des relations empiriques, on a par exemple pour :

$$= 10^{-6} E 7,6^{(1-\frac{1}{E^2})}, \quad 1 < E < 35$$

$$= 10^{-6} [7,31 E - \frac{6,31}{E}], \quad E > 35$$

La viscosité d'un fluide diminue beaucoup lorsque la température augmente. Il n'existe pas de relations rigoureuses reliant  $\eta$  à T, mais pour beaucoup de liquides, on pourra retenir la relation empirique de Guzman-Andrade, où :

$$= A e^{\frac{B}{T}}$$

où A et B sont des constantes spécifiques au liquide étudié.

Pour les gaz on peut citer la relation empirique de Sutherland, où :

$$= \eta_0 \left| \frac{T}{273} \right| \left[ \frac{1 - \frac{c}{273}}{1 + \frac{c}{T}} \right]$$

où  $\eta_0$  est la viscosité du gaz à  $0^\circ\text{C}$ , et c une constante dépendante du gaz.

Pour l'air, on pourra utiliser la relation empirique suivante :

$$= 3,58 \cdot 10^{-7} T^{0,69}$$

Pour des mélanges de fluides, on ne peut pas, en général calculer la viscosité du mélange à partir des viscosités des fluides purs, mais on peut trouver dans des ouvrages, tel que Perry and Green (1997), quelques relations empiriques valables dans des domaines restreints.

Si la pression n'a que peu d'influence sur la viscosité des liquides, pour les gaz la viscosité augmente avec la pression. Nous donnons dans le tableau 2 quelques valeurs de viscosité dynamique pour des fluides à  $20^\circ\text{C}$ .

Fluide	État	11 à 20°C (Pa.s)
Air	Gaz	$0,018 \cdot 10^{-3}$
Ammoniac	Gaz	$0,01 \cdot 10^{-3}$
Oxygène	Gaz	$0,02 \cdot 10^{-3}$
Méthanol	Liquide	$0,59 \cdot 10^{-3}$
Eau	Liquide	$1,0 \cdot 10^{-3}$
Éthanol	Liquide	$1,85 \cdot 10^{-3}$
Naphtalène	Liquide	$4,4 \cdot 10^{-3}$
Glycérol à 50 %	Liquide	$7,0 \cdot 10^{-3}$

Tableau 2 : Valeurs de viscosité dynamique pour quelques fluides à 20 °C

### Pression de vapeur saturante - Tension de vapeur

Chaque liquide tend à être en équilibre avec le gaz avec lequel il est en contact. Il tend en effet à toujours être surmonté par sa pression de vapeur saturante ou tension de vapeur  $p^0$ .

La valeur de cette tension de vapeur dépend bien sur de la nature du liquide mais surtout de la température du liquide. Ces équilibres liquide-vapeur indiquent aussi la température à laquelle, pour une pression donnée, on observera un changement d'état (vaporisation ou condensation).

Ceci est notamment illustre par le fait que la température d'ébullition de l'eau au niveau de la mer, qui est d'environ 100°C, est bien supérieure à celle observée en altitude (par exemple 80 °C à 2 000 m) du simple fait de la baisse de la pression atmosphérique avec l'altitude.

Ce phénomène est d'autant plus important en mécanique des fluides, où une chute de pression peut provoquer une vaporisation partielle du liquide pouvant entraîner ainsi un **phénomène de cavitation** qui perturbera fortement l'écoulement du liquide.

On peut ainsi retrouver dans la littérature des courbes d'équilibres liquide-vapeur ou des tableaux indiquant:

- pour chaque pression, la température d'ébullition du liquide;
- ou pour chaque température la pression de vapeur saturante ou **tension de vapeur**.

A titre d'exemple, on donne dans le tableau 3, les valeurs de tension de vapeur associées aux températures d'ébullition pour l'eau :

$p^0$ (bar)	(°C)	$p^0$ (bar)	(°C)	$p^0$ (bar)	(°C)	$p^0$ (bar)	(°C)	$p^0$ (bar)	(°C)
0,01	6,70	0,09	43,76	0,8	93,50	3	133,5	20	212,3
0,02	17,45	0,1	45,72	0,9	96,70	4	143,6	30	233,8
0,03	24,05	0,2	60,02	1,0	99,60	5	151,8	40	250,3
0,04	29,01	0,3	69,07	1,2	104,8	6	158,8	50	263,9
0,05	32,86	0,4	75,85	1,4	109,3	7	164,9	60	275,5
0,06	36,14	0,5	81,31	1,6	113,3	8	170,4	80	295,0
0,07	38,99	0,6	85,93	1,8	116,9	9	175,3	100	310,9
0,08	41,50	0,7	89,94	2,0	120,2	10	179,9	221,3	374,2

Tableau 3 : Pression de vapeur de l'eau pour des températures comprises entre 6,7 et 374 °C (point critique)

En 1883, Reynolds réalisa des expériences de visualisation des écoulements, en introduisant un filet de colorant au centre d'un tube où circule de l'eau à différents débits. Il a ainsi pu observer que pour :

- Des petits débits d'eau, le filet coloré traverse le tube de manière rectiligne et parallèle à l'axe du tube, sans se mélanger au reste de l'eau qui circule (figure 3a). Dans ce cas, on peut qualifier le régime d'écoulement de régime laminaire ou de dire que l'écoulement est laminaire ;
- Des débits d'eau plus importants, après un parcours plus ou moins rectiligne, le colorant se mélange à l'eau (figure 3b), on dit alors que le régime d'écoulement est un régime intermédiaire ou de transition;
- De grands débits d'eau, le colorant se mélange à l'eau instantanément dès sa sortie dans un grand nombre de tourbillons de plus en plus développés (figure 3c). On dit alors que le régime d'écoulement est un régime turbulent, ou que l'écoulement est turbulent.

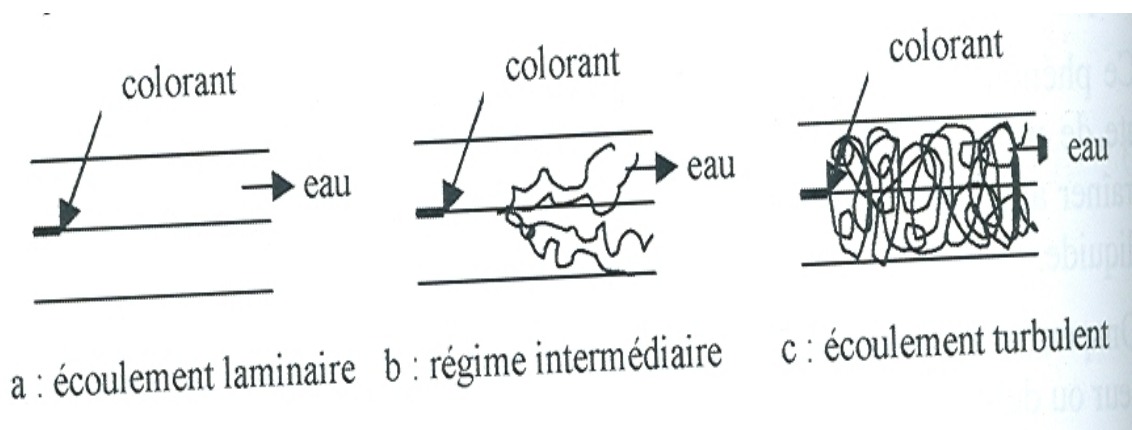


Figure 3 : Expérience de Reynolds

Reynolds, dans ces expériences, fit varier en plus du débit d'eau le diamètre du tube. En utilisant des liquides divers, il montra ainsi que le paramètre permettant de déterminer si l'écoulement est turbulent ou laminaire est un nombre sans dimension dans un système cohérent d'unités, appelé nombre de Reynolds ( $Re$ ), avec :

$$Re = \frac{uD}{\nu}$$

où  $u$  est la vitesse moyenne (en  $m.s^{-1}$ ) du fluide dans le tube.

Il observa que, dans le cas de conduites cylindriques, pour des :

- valeurs de  $Re$  inférieures à 2 100, le régime d'écoulement est laminaire;
- valeurs de  $Re$  comprises entre 2 100 et 3 000, le régime était intermédiaire;
- valeurs de  $Re$  supérieures à 3 000, le régime d'écoulement est turbulent.

Cette notion de régime d'écoulement est extrêmement importante en génie des procédés, comme le lecteur pourra le vérifier dans ce chapitre et notamment en mécanique de fluides pour la détermination et l'estimation des pertes de charges.

Elle conditionne aussi les profils de vitesse des fluides dans les canalisations. En effet, si l'on observe l'écoulement laminaire dans fluide (figure 4a), on peut voir que les filets de liquide s'écoulent les uns par rapport aux autres sans s'interpénétrer. La vitesse du fluide est ainsi maximale au centre de la canalisation et minimale à la paroi. Pour un écoulement laminaire, le profil de vitesse est parabolique et la vitesse maximale,  $u_{max}$  est deux fois supérieure à la vitesse moyenne d'écoulement du fluide,  $u$ . En revanche, dans un écoulement turbulent (figure 4b), du fait de la présence de nombreux tourbillons, le profil montre un aplatissement au centre de la canalisation. Dans ce cas là, la vitesse maximale du fluide n'est que de 25 % supérieure à la vitesse moyenne du fluide.

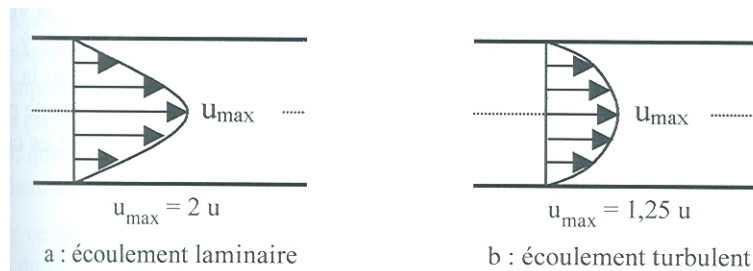


Figure 4 : Profils de vitesse pour différents régimes d'écoulement

Afin de prendre en compte les effets de ces profils de vitesse dans les bilans d'énergie, il est souvent commode d'utiliser, pour un écoulement donné, un coefficient de proportionnalité, appelé coefficient d'énergie cinétique,  $\alpha$ , tel que:  $u_{max} = \alpha u$ , avec pour des fluides newtoniens:

- $\alpha = 2$  en écoulement laminaire;
- $\alpha$  compris entre 1,04 et 1,25 en écoulement turbulent.

D'un point de vue industriel, on pourra retenir que l'écoulement des liquides se fait à des vitesses moyennes de l'ordre du mètre par seconde, et en règle générale, pour des liquides peu visqueux, en régime turbulent. En revanche, pour les gaz, les vitesses moyennes sont plus importantes, de l'ordre de la dizaine de mètres par seconde, et le régime d'écoulement est en général laminaire. Aussi, étant donné la grandeur des vitesses de liquide et les régimes d'écoulement observés en industrie, le coefficient d'énergie cinétique pourra être pris égal à 1.

Quel que soit le régime d'écoulement il existe toujours au voisinage de la paroi une couche de fluide où la vitesse est minimale et l'écoulement laminaire. Cette couche de fluide à la paroi est appelée **couche limite** et son épaisseur est fonction du débit de fluide. Son rôle est très important, notamment dans les phénomènes de transfert de chaleur.

## Notion de Rhéologie des fluides

La viscosité est un paramètre très important dans l'étude des fluides en mouvement ainsi que pour l'étude de problèmes de dissipation d'énergie (pertes de charge en écoulement et agitation). Nous avons décrit la notion de viscosité d'un fluide, comme étant un facteur de proportionnalité entre une contrainte de cisaillement et une vitesse de cisaillement. Aussi, pour certains fluides, ce facteur peut varier en fonction des champs de forces appliqués. L'étude de ces évolutions ou de ces lois de comportement est de ce fait importante. On dit alors que l'on étudie les propriétés rhéologiques des fluides. La science développée à cet effet est **la rhéologie**, dont nous ne présenterons ici que de simples notions.

Par définition, dans un fluide newtonien ou parfaitement visqueux, la viscosité dynamique,  $\eta$ , est indépendante de la vitesse de cisaillement imposée,  $\frac{du}{dy}$ . Si on représente l'évolution de la contrainte de cisaillement  $\tau$ , en fonction de la vitesse de cisaillement, pour un fluide newtonien (figure 5), on observe une droite passant par l'origine et dont la pente a la valeur de la viscosité dynamique  $\eta$ . Ces courbes  $\tau = f\left(\frac{du}{dy}\right)$ , sont appelées courbe d'écoulement ou rhéogrammes.

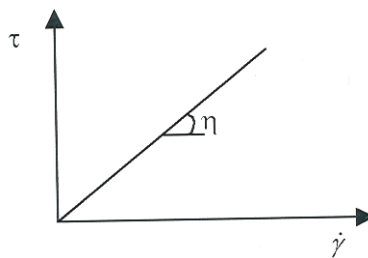


Figure 5 : Courbe d'écoulement d'un fluide Newtonien.

Tout fluide pour lequel le rhéogramme n'est pas une droite passant par l'origine, est un fluide non-newtonien. On peut ainsi distinguer deux catégories de fluides! Non-newtoniens, ceux qui sont indépendants du temps d'une part et ceux qui sont dépendants du temps d'autre part.

Un fluide indépendant du temps est un fluide dont les propriétés rhéologiques à l'instant  $t$ , ne dépendent pas des événements cisailants qu'il a pu subir auparavant. Au contraire, pour les fluides dépendants du temps, leurs propriétés rhéologiques d'un instant  $t$  sont fortement dépendantes du passé et de l'histoire du fluide étudié.

Pour les fluides dont le comportement est indépendant du temps, on peut distinguer les fluides à seuil ou contrainte d'écoulement et les fluides sans contraintes critiques. Les fluides à seuil sont caractérisés par le fait que le fluide ne s'écoulera qu'au delà d'une certaine contrainte, appelée seuil ou contrainte critique ( $\tau_c$ ), comme on peut le voir sur la figure 6. Parmi ces fluides, on pourra distinguer ceux à seuil idéal ou fluide de Bingham et ceux à seuil réel.

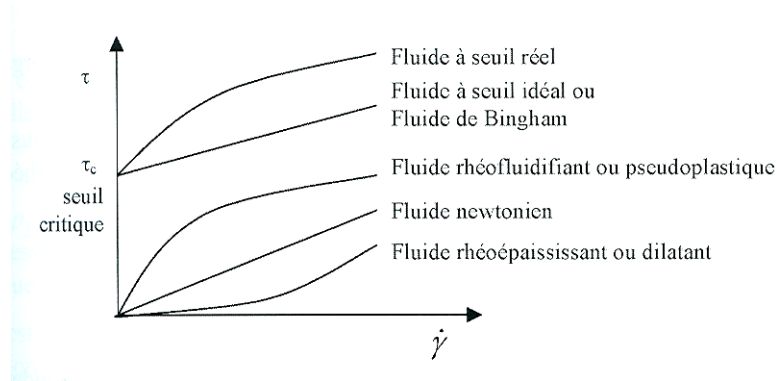


Figure 6 : Rhéogrammes de fluides non-newtoniens indépendants du temps.

Enfin, d'un point de vue industriel, on trouve un grand nombre de fluides dont le comportement est qualifié de rhéofluidifiant ou pseudoplastique. Ce sont des fluides, sans contrainte critique, dont la viscosité diminue avec la contrainte de cisaillement imposée. Une allure schématisée du rhéogramme obtenu avec ce type de fluides est donnée sur la figure 6. Au contraire, on peut aussi trouver aussi des fluides, qualifiés de rhéoépaississant ou dilatant, dont la viscosité diminuera avec le gradient de cisaillement, comme on peut le voir sur la figure ci-dessus.

Pour ce qui concerne les fluides dont les propriétés d'écoulement sont dépendantes du temps on peut les regrouper en deux catégories, les **fluides thixotropes** et les **fluides rhéopexes**. Si un fluide thixotrope est soumis à une montée de la contrainte de cisaillement après un temps de repos, sa structure se trouvera désorganisée sous l'effet du champ cisailant, et sa viscosité diminuera (caractère rhéofluidifiant). Aussi, la restructuration de ce fluide n'est pas instantanée. De sorte que si l'on réalise à la suite de la montée en gradient, un rhéogramme sur une descente de gradient, la courbe de descente sera située en dessous de la courbe de montée comme on peut le voir sur la figure 7. On obtient ainsi des cycles d'hystérésis, dont la taille dépend des conditions d'expérimentation. La thixotropie est un phénomène réversible après un temps de repos suffisant.

Enfin, certains fluides, bien que rares, sont dits rhéopexes. Ce sont des fluides pour qui, un faible cisaillement peut provoquer une restructuration du fluide donc une augmentation de la viscosité. Néanmoins ce caractère disparaît dès que l'on dépasse une valeur critique de cisaillement, à partir de laquelle une désorganisation de la structure du fluide se produit.

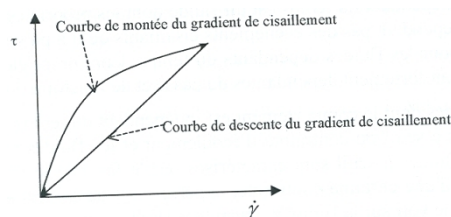


Figure 7 : Cycle d'hystérésis pour un fluide rhéofluidifiant et thixotrope

## Statique des fluides

La statique des fluides est une part importante de la mécanique des fluides, elle concerne l'étude des fluides au repos. Comme le lecteur pourra le voir dans la suite de ce chapitre, il ne s'agit que d'un cas particulier des équations de bilans d'énergie d'un fluide en mouvement où la vitesse d'écoulement est nulle. Néanmoins sa présentation préalable à la dynamique des fluides permet d'introduire des notions essentielles de mesure et d'estimation des pressions, très importantes d'un point de vue industriel et qui nous serviront par la suite à l'étude des fluides en mouvement.

### Loi fondamentale de la statique des fluides

Le principe fondamental de l'hydrostatique s'énonce de la manière suivante :

dans un fluide immobile ou au repos, sur un même plan horizontal (même altitude ou même profondeur), la pression est identique en tous points de ce même plan horizontal. Pour illustrer ce propos, prenons, pour exemple, le cas de deux points A et B situés dans un liquide immobile, de masse volumique  $\rho$ , à l'intérieur d'un récipient, séparés par une hauteur  $h$  de liquide (figure 8).

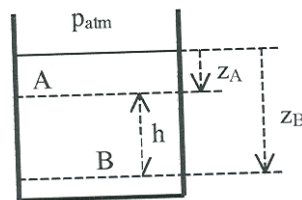


Figure 8 : Réservoir contenant un fluide au repos

Le récipient est surmonté par de l'air à la pression atmosphérique ( $P_{atm}$ ). Le point A est surmonté d'une hauteur  $Z_A$  de liquide, alors que le point B est surmontée d'une hauteur  $Z_B$  de liquide. La différence de hauteur entre les deux plans horizontaux contenant respectivement les points A et B est égale à  $h$ .

La pression au point A est égale au poids de la colonne de liquide par unité de surface<sup>1</sup> (5J, de hauteur  $Z_A$  additionné à la pression atmosphérique, soit :

$$P_A = P_{atm} + \rho g z_A$$

De même, la pression au point B est égale au poids de la colonne de liquide par unité de surface, de hauteur  $Z_B$  additionné à la pression atmosphérique, soit :

$$P_B = P_{atm} + \rho g z_B$$

En combinant les équations ci-dessus, on a donc l'expression de la pression différentielle entre les points A et B :

$$P_A - P_B = \rho g z_A - \rho g z_B = \rho g h$$

<sup>1</sup> Pour une colonne de liquide, de masse volumique  $\rho$ , de hauteur  $h$ , de volume  $V$  et de section  $S$  :  $S = \frac{F}{S} = \frac{\rho V g}{S} = \rho g h$

Pour un gaz, il faut tenir compte de la variation de masse volumique avec l'altitude, néanmoins d'un point de vue industriel et vu les hauteurs de gaz considérées dans les manomètres, on négligera, dans ce chapitre, la variation de  $p$  avec la hauteur de gaz.

$P_A$  et  $P_B$  représentent respectivement la pression absolue au point A et au point B. La pression absolue est la pression mesurée par rapport au vide absolu et ne peut être que positive. L'échelle de pression absolue commence donc à zéro pascal.

Il est aussi courant d'utiliser une échelle de pression relative pour exprimer la pression en un point. La pression relative,  $p$  se définit par rapport à la pression atmosphérique, il s'agit donc de la différence entre la pression absolue et la pression atmosphérique, soit pour un point  $i$  quelconque:

$$P'_i = P_i - P_{atm}$$

Cette pression peut donc prendre une valeur négative, pour peu qu'elle soit inférieure à la pression atmosphérique.

Il est très important de se rappeler que pour une différence de pression, telle que celle présentée ci-dessus entre les points A et B, elle aura la même valeur pour des pressions exprimées en pression absolue ou en pression relative, soit :

$$P_A - P_B = P'_A - P'_B = g z_A - g z_B = g h$$

Enfin, dans un liquide au repos, une augmentation de pression est intégralement transmise. Dans l'exemple précédent, si l'on exerce une pression à la surface, sous l'action d'une force supplémentaire (pression d'un piston par exemple), cette pression exercée sera intégralement transmise dans tout le liquide et on notera la même augmentation de pression au point A et au point B.

Ce principe, dit principe de Pascal, est très important, car il montre bien, que dans le cas de vases communicants, la pression exercée sur un vase est intégralement transmise à l'autre vase. L'application de ce principe, en Génie des Procédés porte essentiellement sur la mesure des pressions, comme nous allons le voir.

### Application à la mesure des pressions

Les appareils que l'on utilise pour mesurer des pressions sont des **manomètres**

Pour mesurer une pression, on relie un manomètre (à liquide ou métallique) à une prise de pression. Une prise de pression est constituée par un orifice en contact avec le liquide. On pourra distinguer les prises de pression statique et les prises de pression dynamique.

Une prise de pression statique est une prise de pression dont l'axe est perpendiculaire au sens d'écoulement du liquide. Elle permet de mesurer la pression intérieure. Une prise de pression statique est d'autant meilleure qu'elle perturbe le moins possible l'écoulement.

Au contraire, une prise de pression dynamique permet de mesurer en plus de la pression intérieure la pression cinétique liée à la vitesse du fluide (ce point sera abordé plus en détail dans la partie dynamique des fluides). Une prise de pression dynamique est ainsi placée face et parallèlement au sens d'écoulement du fluide.

Afin de réaliser une mesure la moins perturbée que possible, il faut veiller à placer les prises de pression sur une partie droite de la conduite, le plus loin possible de toutes singularités telles que coude, vanne, rétrécissement.

Dans les industries de procédés, il existe deux principales catégories de manomètres, les manomètres mécaniques métalliques et les manomètres à liquide, dits manomètres à tubes en U.

Dans un manomètre de Bourdon (manomètre métallique), la lecture de la pression se fait à l'aide d'une aiguille placée sur un cadran étalonné. Il est généralement constitué par un tube courbé en arc de cercle et fermé à une extrémité. À cette extrémité, on fixe l'aiguille de lecture. L'autre extrémité du tube est relié à la prise de pression. Une augmentation de la pression à l'intérieur du tube va donc avoir tendance à redresser le tube courbé en provoquant ainsi un déplacement de l'aiguille sur le cardan de lecture.

Dans un manomètre en U, on utilise un liquide, dit liquide manométrique, qui n'est pas miscible avec le fluide contenu dans le réservoir ou la canalisation. Le principe est de lire ou de mesurer une différence de niveau entre deux interfaces du liquide manométrique, situées dans chacune des branches du tube en U. Il s'agira ensuite de déterminer la relation entre cette dénivellation et la pression ou la différence de pression que l'on veut mesurer.

Nous allons décrire maintenant deux exemples d'application de la statique des fluides, à la mesure d'une pression dans un cas et à la mesure d'une pression différentielle dans un second cas.

**Mesure de la pression dans un réservoir ou une canalisation à l'aide d'un manomètre en U :**

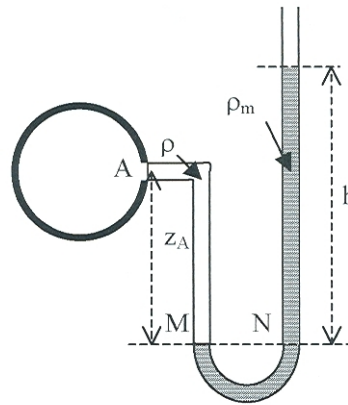


Figure 9 : Manomètre en U relié à une conduite

Soit un manomètre en U, rempli d'un liquide manométrique de masse volumique  $\rho_m$  (figure 9). Une branche de ce manomètre est reliée à un réservoir ou une canalisation contenant un fluide de masse volumique  $\rho$ . L'autre branche de ce manomètre est à l'air libre. On mesure donc une hauteur  $h$ , entre les deux interfaces du liquide manométrique, et on veut connaître la pression au point A,  $P_A$ .

Si l'on applique le principe fondamental de l'hydrostatique (§ 3.1) dans le manomètre, on peut donc écrire que la pression au point M est égale à la pression au point N, puisque ces deux points se trouvent sur un même plan horizontal, soit :

$$P_M = P_A + \rho g z_A = P_N = P_{atm} + \rho_m g h$$

D'où :

$$P_A = P_{atm} + \rho_m g h - \rho g z_A$$

Il est important de noter ici, qu'en plus de connaître  $h$ , il est nécessaire de connaître la position du point A par rapport à l'interface ( $z_A$ ) pour calculer  $P_A$ .

Néanmoins, si l'on n'a un gaz dans la canalisation ou le réservoir, on peut négliger le poids de la colonne de gaz dans le manomètre et obtenir ainsi :  $P_A = P_{atm} + \rho_m g h$ .

Si on veut exprimer la pression au point A en pression relative, on obtient donc :

- pour un liquide :  $P_A = \rho g h - \rho g z_A$
- pour un gaz :  $P_A = \rho g h$

**Mesure de la différence de pression entre deux points d'une canalisation à l'aide d'un manomètre en U :**

Soient deux points A et B d'une canalisation où circule un fluide de masse volumique  $\rho$ . Ces deux points sont reliés chacun à une branche d'un manomètre en U, contenant un liquide manométrique de masse volumique  $\rho_m$ . On désire connaître la différence de pression entre les points A et B à partir de la mesure de la différence de hauteur  $h$ , des deux interfaces du liquide, comme cela est illustré sur la figure 10.

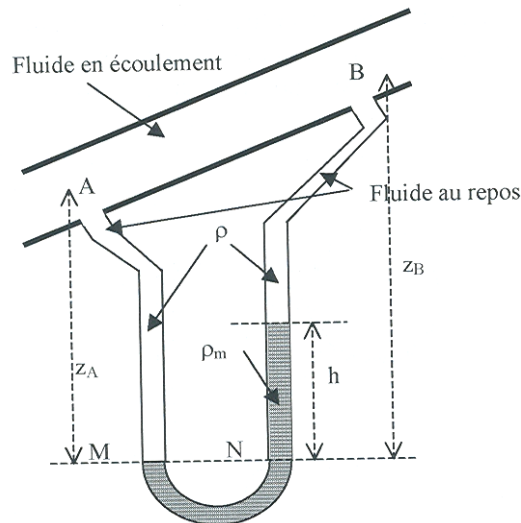


Figure 10 : Manomètre en U relié à deux points d'une conduite.

Comme pour le cas précédent, dans le manomètre, les pressions au point M et au point N, sont:

$$P_M = P_A + \rho g z_A$$

$$P_N = P_B + \rho g (z_B - h) + \rho_m g h$$

Puisque  $P_M$  est égale à  $P_N$  (même altitude), on obtient l'expression de la pression différentielle entre les points A et B de la canalisation, soit :

$$P_A - P_B = \rho g (z_B - z_A) + (\rho_m - \rho) g h$$

Dans le cas où la canalisation est horizontale, on trouve :

$$P_A - P_B = (\rho_m - \rho) g h$$

On retrouvera les mêmes relations pour des pressions en A et en B exprimées en pressions relative.

Enfin, il est important de noter que la qualité et la précision d'une mesure dans un manomètre sont très fortement liées à la continuité de fluide entre la prise de pression et le manomètre. En effet, c'est cette continuité qui assure une transmission intégrale de la pression. C'est pour cette raison qu'il est nécessaire de réaliser des purges des circuits de liaison pour chasser la présence éventuelle de bulles; d'air, par exemple.

## Dynamique des fluides

La dynamique des fluides permet de décrire les fluides en mouvement. C'est une partie très importante du génie des procédés car le transport (adduction, alimentation, transfert, évacuation) des fluides (réactifs, produits, déchets, caloporteurs...) est essentiel au fonctionnement optimal d'un procédé. Les études sur les fluides en mouvement doivent permettre de dimensionner et de faire fonctionner au mieux toutes les installations (réacteurs, réservoirs, canalisations, canaux...) et les matériels (pompes, ventilateurs, accélérateurs, vannes, débitmètres...) nécessaires au transport des fluides.

### Bilan matière – Conservation de la matière

Au cours d'un écoulement et en absence de réaction, de fuites ou d'apports, la quantité de matière (masse, nombre de moles) se conserve. Cet écoulement de quantité de matière est décrit par la notion de débit qui représente la quantité de matière traversant une section donnée de canalisation pendant une unité de temps. On parlera de débit massique ( $q_m$  = masse de matière/unité de temps), de débit molaire ( $F_m$  = nombre de moles/unité de temps) ou de débit volumique ( $q_v$  = volume de matière/unité de temps). La conservation de la matière indique donc que le débit massique ou molaire est le même en tout point de la canalisation où le fluide s'écoule.

Il est très important à ce niveau de différencier les gaz et les liquides dans l'utilisation courante du débit volumique. En effet il n'y a conservation du volume que si le fluide est incompressible (cas des liquides). Dans le cas des gaz il faut tenir compte de l'évolution de leur masse volumique en fonction des conditions de pression et de température, et appliquer la loi des gaz parfaits où la masse volumique d'un gaz,  $\rho$ , est donnée par l'équation ( $\rho = \frac{M p}{RT}$ ).

En résumé, dans le cas d'un liquide, la conservation de la matière est caractérisée par des débits massique, molaire ou volumique identiques en tous points de la canalisation. Donc dans le cas d'une canalisation dont le diamètre est variable, seule la vitesse du liquide va varier en augmentant si le diamètre ou la section de la canalisation diminue et en diminuant dans le cas inverse.

Ceci revient à écrire une équation de conservation du volume, où :

$$q_v = u_{m,i} \cdot S_i \quad (q_v \text{ constant } \forall i)$$

où  $u_{m,i}$  est la vitesse moyenne à l'abscisse  $i$  de la canalisation et  $S_i$  est la section de la canalisation à l'abscisse  $i$ .

On a donc pour deux points 1 et 2 de sections différentes d'une canalisation :

$$u_{m,1} = u_{m,2} \frac{S_2}{S_1}$$

Ou encore dans le cas d'une conduite cylindrique :

$$u_{m,1} = u_{m,2} \left| \frac{D_2}{D_1} \right|^2$$

où  $D_1$  et  $D_2$  sont les diamètres de la canalisation respectivement aux points 1 et 2.

La vitesse moyenne d'écoulement d'un liquide est donc inversement proportionnelle à l'aire de la section de la conduite et au carré du diamètre de la section dans le cas d'une conduite cylindrique.

Dans le cas d'un gaz, si le débit massique (ou molaire) est constant en tous points de la canalisation, le débit volumique varie, en fonction des conditions de pression et de température, du fait de la nature compressible des gaz.

### **Energie mécanique d'un fluide**